

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 bodeva)

- 56 1. Docažite da $2\lg 100 + \lg 2 + \lg 5 = 5$.
- 56 2. Smatra se funkciija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 6$. Oдредите реалан број a тако да $f(a) + f(3a) = 0$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $5^{3x} \cdot 5^2 = 5^x$.
- 56 4. Одредите колико подскупова са два елемента, оба парна броја, има скуп $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(3,1)$ и $B(3,0)$. Одредите координате тачке C тако да $\overline{AC} = \overline{OB}$.
- 56 6. Smatra se trougao ABC , правоугли у A , са површином од 18 и $B = \frac{\pi}{4}$. Докажите да $AB = 6$.

SUBIECTUL II-lea

(30 бодова)

1. Smatra se матрица $M(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x+2 & x \\ 0 & 2x & x+2 \end{pmatrix}$, где x реалан број.
- 56 а) Докажите да $\det(M(1)) = 7$.
- 56 б) Одредите реалан број x тако да $M(x) \cdot M(2) = M(x-1)$.
- 56 в) Одредите природне бројеве n тако да $2\det(M(n)) \leq \det(M(2n))$.
2. Smatra se полином $f = X^3 - 2X^2 - aX + 2a$, где a јесте реалан број.
- 56 а) Докажите да $f(2) = 0$, за било који реалан број a .
- 56 б) За $a = 1$, докажите да полином f је дељив са полиномом $g = X + 1$.
- 56 в) Одредите $a \in (0, +\infty)$ тако да $|x_1| + |x_2| + |x_3| = 8$, где x_1, x_2 и x_3 су решења полинома f .

SUBIECTUL III

(30 бодова)

1. Smatra se funkciija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x-4) + x^2 - 2x + 4$.
- 56 а) Докажите да $f'(x) = 2(x-1)(e^x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Докажите да $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - e^x} = 4$.
- 56 в) Докажите да једначина $f(x) = 0$ има тачно два решења.
2. Smatra se funkciija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{3x^2 + 1}$.
- 56 а) Докажите да $\int_3^4 f(x)(3x^2 + 1) dx = 14$.
- 56 б) Докажите да $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3} \ln 2$.

56

c) Докажіте да површина равне површи одређена графиком функције $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$g(x) = \frac{4 \ln x}{f(x)}$, осе Ox и правама са једначинама $x=1$ и $x=e$ једнака је са $\frac{3e^2 + 5}{4}$.