

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_2 = 8$ și $a_3 = 12$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = m$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_6(9 - x^2) = \log_6 5$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A , numărul $\sqrt{2n+1}$ să aparțină mulțimii A .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(4,4)$ și $C(5,2)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic în C .
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = 2 \sin x \cdot \cos \frac{x}{2} + \left(\sin \frac{3x}{4}\right)^2$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} a & a+1 \\ a-3 & 4a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(B(1)) = 7$.
- 5p** b) Arătați că $B(2) - B(0) \cdot B(1) = 4A$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care matricea $C(a) = B(a) - aA$ **nu** este inversabilă.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 3y + 6$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 2 = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x * 6 = x$.
- 5p** c) Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x * (2 * x) \geq 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2 + x + 4}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(4 - x^2)}{(x^2 + x + 4)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că $f(x) - f(4-x) \leq 1$, pentru orice $x \in [4, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 (x+1) f(x) dx = 8$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 1 + 2 \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 (x^2 - 1) e^x f(x) dx = e(e+a)$.