

**Examenul național de bacalaureat 2024**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{tehnologic}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 10**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\frac{12}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{12}{5} \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) =$	2p
	$= \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{6} = 2$	3p
2.	$f(a) = 5a + 1$ , pentru orice număr real $a$	2p
	$5a + 1 = 6$ , de unde obținem $a = 1$	3p
3.	$4x + 1 = 9$ , de unde obținem $4x = 8$	3p
	$x = 2$ , care convine	2p
4.	Mulțimea $A$ are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	2p
	Numerele din mulțimea $A$ care sunt divizibile cu 20 sunt 20, 40, 60 și 80, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{4}{9}$	3p
5.	$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$	2p
	$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ , deci $AB = 2BC$	3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ , $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p
	$1 + \sin 30^\circ = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ , $2 \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$	2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - (-2) \cdot 0 =$	3p
	$= 2 - 0 = 2$	2p
b)	$A(2) + A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = 2A(1)$	2p
c)	$A(x) + xI_2 = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ -2x & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & x-1 \\ -2x & 2+x \end{pmatrix}$ și $\det(A(x) + xI_2) = 4x^2 + 2x$ , pentru	3p
	orice număr real $x$ $4x^2 + 2x - 2 = 0$ , de unde obținem $x = -1$ sau $x = \frac{1}{2}$	2p
2.a)	$1 \circ 3 = 2(1+3) - 1 \cdot 3 - 4 =$	3p
	$= 8 - 3 - 4 = 1$	2p

<b>b)</b>	$y \circ x = 2(y + x) - yx - 4 =$ $= 2(x + y) - xy - 4 = x \circ y$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , deci legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$n \circ n = 4n - n^2 - 4$ , pentru orice număr natural $n$ $4n - n^2 - 4 \geq n - 2 \Leftrightarrow -n^2 + 3n - 2 \geq 0$ și, cum $n$ este număr natural, obținem $n = 1$ și $n = 2$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{(2x-1)' \cdot x^2 - (2x-1) \cdot (x^2)'}{x^4} = \frac{2x^2 - 2x(2x-1)}{x^4} =$ $= \frac{-2x^2 + 2x}{x^4} = \frac{2(1-x)}{x^3}$ , $x \in (0, +\infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(1) = 1$ , $f'(1) = 0$ Ecuția tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ , adică $y = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ; $f'(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in (0, 1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(0, 1]$ ; $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1, +\infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 (x^2 + x + 1) f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + x + 1) \cdot \frac{2x+1}{x^2 + x + 1} dx = \int_0^1 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big _0^1 =$ $= 1 + 1 - 0 - 0 = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{2x+1}{x^2 + x + 1} dx = \int_0^1 \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} dx = \ln(x^2 + x + 1) \Big _0^1 =$ $= \ln 3 - \ln 1 = \ln 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$g(x) = e^x(2x+1)$ , $x \in \mathbb{R}$ , deci $\mathcal{A} = \int_0^1  g(x)  dx = \int_0^1 e^x(2x+1) dx = e^x(2x+1) \Big _0^1 - \int_0^1 2e^x dx =$ $= e^x(2x+1) \Big _0^1 - 2e^x \Big _0^1 = 3e - 1 - 2e + 2 = e + 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>