

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Zeige, dass $\frac{12}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 2$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 1$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(a) = 6$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{4x+1} = 3$.
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass, für eine gewählte Zahl aus der Menge $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, diese Zahl teilbar durch 20 ist.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(2, 0)$, $B(8, 8)$ und $C(11, 4)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Zeige, dass $AB = 2BC$.
- 5p** 6. Zeige, dass $1 + \sin 30^\circ = 2 \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ -2x & 2 \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Zeige, dass $A(2) + A(0) = 2A(1)$.
- 5p** c) Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $\det(A(x) + xI_2) = 2$.
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung $x \circ y = 2(x + y) - xy - 4$.
- 5p** a) Zeige, dass $1 \circ 3 = 1$.
- 5p** b) Zeige, dass die Verknüpfung „ \circ “ kommutativ ist.
- 5p** c) Bestimme die natürlichen Zahlen n so, dass $n \circ n \geq n - 2$.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{2(1-x)}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x=1$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.
- 5p** c) Bestimme die Monotonieintervalle der Funktion f .
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_0^1 (x^2+x+1) f(x) dx = 2$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_0^1 f(x) dx = \ln 3$.
- 5p** c) Zeige, dass der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x(x^2+x+1)f(x)$, von der Ox -Achse und von den Geraden mit den Gleichungen $x=0$ und $x=1$ gleich $e+1$ ist.