Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$i \cdot z_1 + z_2 = 4i + i^2 + 2 - 4i =$	**3p**
	$= -1 + 2 = 1$	**2p**
2.	$f(a) = 5$, de unde obținem $a^2 - 3a = 0$	**3p**
	$a = 0$ sau $a = 3$	**2p**
3.	$\log_6(7x-5) = \log_6\left(x^2 + x\right)$, deci $7x - 5 = x^2 + x$, de unde obținem $x^2 - 6x + 5 = 0$	**3p**
	$x = 1$, care nu convine, sau $x = 5$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele 27, 45, 63, 81 și 99 sunt multiplii impari de 9, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$	**3p**
5.	$m_{OB} = 2$	**2p**
	$m_{AC} = \frac{a}{3}$ și, cum $m_{OB} = m_{AC}$, obținem $a = 6$	**3p**
6.	$\sin B = \frac{3}{5}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} = 18$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 \cdot 0 + (-1) \cdot (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 0 - 1 \cdot 0 \cdot 0 - 0 \cdot (-1) \cdot 0 - 0 \cdot (-1) \cdot 0 =$	**3p**
	$= 0 + 1 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	**2p**
b)	$B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} -x & 0 & 1 \\ -1 & -x & 0 \\ 0 & -1 & -x \end{pmatrix}$, $A - B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= x \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = xI_3$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C(x) = A^{-1} \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -x \\ x & 0 & -1 \\ 1 & x & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$C(x) - C(y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -x+y \\ x-y & 0 & 0 \\ 0 & x-y & 0 \end{pmatrix} = (y - x)A$, pentru orice numere reale x și y	**2p**

2.a)	$1*3=1^2\cdot 3+1\cdot 3^2+1+3=$ $=3+9+4=16$	**3p** **2p**
b)	$x*\dfrac{2}{x}=\dfrac{3x^2+6}{x}$, pentru orice număr real nenul x $\dfrac{3x^2+6}{x}=9x$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=1$, care convin	**3p** **2p**
c)	$m*n=(m+n)(mn+1)$, pentru orice numere întregi m și n $(m+n)(mn+1)=1$ și, cum m și n sunt numere întregi, cu $m\le n$, obținem perechile $(0,1)$ și $(-2,1)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x^3-3x^2\ln x}{x^6}=$ $=\dfrac{x^2-3x^2\ln x}{x^6}=\dfrac{1-3\ln x}{x^4}$, $x\in(0,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{3x^2}=0$ Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=\sqrt[3]{e}$; pentru orice $x\in\left(0,\sqrt[3]{e}\right]$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $\left(0,\sqrt[3]{e}\right]$ și, pentru orice $x\in\left[\sqrt[3]{e},+\infty\right)$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $\left[\sqrt[3]{e},+\infty\right)$ $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=-\infty$, $f\left(\sqrt[3]{e}\right)=\dfrac{1}{3e}$ și f este continuă, deci mulțimea numerelor reale m pentru care ecuația $f(x)=m$ are cel puțin o soluție este $\left(-\infty,\dfrac{1}{3e}\right]$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_1^4\left(f(x)-e^x\right)dx=\int_1^4\left(x^2-1\right)dx=\left.\left(\dfrac{x^3}{3}-x\right)\right\|_1^4=$ $=\dfrac{64}{3}-4-\left(\dfrac{1}{3}-1\right)=18$	**3p** **2p**
b)	$\int_1^2\dfrac{e^x}{f(x)-x^2}dx=\int_1^2\dfrac{e^x}{e^x-1}dx=\int_1^2\dfrac{\left(e^x-1\right)'}{e^x-1}dx=\left.\ln\left(e^x-1\right)\right\|_1^2=$ $=\ln\left(e^2-1\right)-\ln(e-1)=\ln(e+1)$	**3p** **2p**
c)	$\int_0^1\dfrac{x}{f(x)+1}dx=\int_0^1\dfrac{x}{e^x+x^2}dx$ și, cum $e^x+x^2\ge e^x$, pentru orice $x\in[0,1]$, obținem relația $\int_0^1\dfrac{x}{f(x)+1}dx\le\int_0^1 xe^{-x}dx$ $\int_0^1 xe^{-x}dx=\int_0^1 x\left(-e^{-x}\right)'dx=\left.-e^{-x}(x+1)\right\|_0^1=1-\dfrac{2}{e}$, deci $\int_0^1\dfrac{x}{f(x)+1}dx\le 1-\dfrac{2}{e}$	**3p** **2p**