Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

THEMA I **(30 Punkte)**

5p **1.** Bestimme das Glied b_1 der geometrischen Folge $(b_n)_{n\geq 1}$, wobei $b_3 = 40$ und $b_4 = 80$.

5p **2.** Bestimme die Menge der reellen Zahlen m so, dass das Schaubild der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$ die Ox Achse in zwei verschiedenen Punkten schneidet.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $3^x + 2\cdot 3^{x+1} = 63$.

5p **4.** Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine natürliche zweistellige Zahl n die Bedingung erfüllt, dass n^2 eine natürliche dreistellige Zahl ist.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(1,2)$, $B(7,4)$ und C in dem kartesischen Koordinatensystem xOy so, dass $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$. Bestimme die Koordinaten des Punktes D so, dass $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$.

5p **6.** Gegeben ist das spitzwinklige Dreieck ABC, wobei $AB = 10$, die Höhe $AD = 8$ und der Abstand vom Punkt D zur Geraden AC gleich mit $4\sqrt{2}$ ist. Zeige, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC gleich mit 56 ist.

THEMA II **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix}$ und das Gleichungssystem $\begin{cases} ax + y - az = 1 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ x - 3y + az = -3 \end{cases}$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(0)) = -2$.

5p **b)** Bestimme die Menge der reellen Zahlen a so, dass das System eine einzige Lösung hat.

5p **c)** Für $a = 1$, bestimme die Lösungen (x_1, y_1, z_1) und (x_2, y_2, z_2) des Gleichungssystems so, dass $y_1 = x_2$ und $z_1 = y_2$.

2. Auf der Menge $M = (0,+\infty)$ definiert man die Verknüpfung $x * y = \sqrt{xy} + \dfrac{1}{\sqrt{xy}} + \dfrac{x+y}{2} - 2$.

5p **a)** Zeige, dass $1 * 4 = 3$.

5p **b)** Bestimme $x \in M$ so, dass $x * x = 1$.

5p **c)** Beweise, dass die Menge $[1,+\infty)$ stabiler Teil der Menge M in Bezug auf die Verknüpfung „$*$” ist.

THEMA III **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x-2}{x+2} + \ln\dfrac{x+2}{x}$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x) = \dfrac{4(x-1)}{x(x+2)^2}$, $x \in (0,+\infty)$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f.

5p **c)** Bestimme die natürlichen Zahlen n so, dass die Gleichung $f(x) = n$ **keine** Lösungen hat.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{2x^2+1}$.

5p **a)** Zeige, dass $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(2x^2+1\right)f(x)\,dx=3$.

5p **b)** Zeige, dass $\displaystyle\int_{0}^{2}\sqrt{f(x)}\,dx=1$.

5p **c)** Gegeben ist die Zahl $I_n=\displaystyle\int_0^1\frac{x^n}{f\left(\sqrt{e^x}\right)}dx$ für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n. Zeige, dass $(n+1)I_n-I_{n+1}=\dfrac{2(n+1)}{n+2}+\dfrac{1}{e}$, für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.