Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_2 = 4$ și $a_3 = 6$. Calculați a_1.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 4$. Arătați că $f(0) = f(1)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3x-2} - 49\cdot 7^x = 0$.
5p	**4.** După ce parcurge 75% din lungimea unui traseu montan, un alpinist constată că mai are de parcurs 2 km până la finalul traseului. Calculați lungimea întregului traseu montan.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(5,7)$. Determinați lungimea segmentului AC, știind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
5p	**6.** Arătați că $4(\sin 60°\cdot\cos 30° - \sin 45°\cdot\cos 45°) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y = \frac{x+y}{2} - 1$.

5p	**1.** Arătați că $(-2)\circ 4 = 0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $(2x+1)\circ 1 = x$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x^2\circ x = 2$.
5p	**5.** Arătați că $(x^2+3)\circ(4x+5)\geq 1$, pentru orice număr real x.
5p	**6.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $m\circ n\leq 0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & a \\ a & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p	**1.** Arătați că $\det(A(2)) = -1$.
5p	**2.** Arătați că $A(2) + A(0) = 2A(1)$.
5p	**3.** Arătați că $A(0)\cdot A(0) = I_2$.
5p	**4.** Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a) + aI_2) = 11$.
5p	**6.** Se consideră matricea $C(a,b) = aA(b) + bA(a)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați perechile (a,b) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $C(a,b)$ este egală cu 24.