

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Zeige, dass $2i(6-i) + 3(1-4i) = 5$, wobei $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $(f \circ f)(a) = 2a$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x^2 + 4x - 4} = x\sqrt{2}$.
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dass, eine natürliche, einstellige Zahl n , die Bedingung erfüllt, dass die Zahl 2^n teilbar durch die Zahl 16 ist.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(3,1)$ und $B(2,4)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Zeige, dass das Dreieck OAB rechtwinklig in A ist.
- 5p** 6. Gegeben ist der Ausdruck $E(x) = \sin x + 2\cos 2x + 2\sin^2 \frac{x}{2}$, wobei x eine reelle Zahl ist. Zeige, dass $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1)) = 4$.
- 5p** b) Zeige, dass $A(-1) \cdot A(x) = A(-2x-1)$, für jede reelle Zahl x .
- 5p** c) Bestimme die Paare (m, n) von natürlichen Zahlen, mit $m < n$ so, dass $A(-1) \cdot (A(m) + A(n)) = 2A(-4)$.
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung $x \circ y = x \cdot 3^y + y \cdot 3^x$.
- 5p** a) Zeige, dass $1 \circ 2 = 15$.
- 5p** b) Zeige, dass $e = 0$ das neutrale Element der Verknüpfung „ \circ “ ist.
- 5p** c) Bestimme die reelle, von Null verschiedene Zahl x so, dass $x \circ (3x) = (2x) \circ (2x)$.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 3x + 3}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{e^x(x^2 + x)}{(x^2 + 3x + 3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- 5p** c) Beweise, dass $f(x) - f(y) \leq \frac{3-e}{3e}$ für alle reellen Zahlen x und y , mit $x \leq 0 \leq y$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 1 + 3x \ln x$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_1^2 (f(x) - 3x \ln x) dx = 7$.

5p b) Zeige, dass $\int_1^e \frac{f(x) - 4x - 1}{x} dx = 3$.

5p c) Bestimme die reelle Zahl a so, dass $\int_2^4 \frac{f(x) - 1}{x^2 \ln x} dx = a \ln 2$.