

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2i(6-i) + 3(1-4i) = 5$, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$. Determinați numărul real a pentru care $(f \circ f)(a) = 2a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 4x - 4} = x\sqrt{2}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul 2^n să fie divizibil cu 16.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(2,4)$. Arătați că triunghiul OAB este dreptunghic în A .
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x) = \sin x + 2\cos 2x + 2\sin^2 \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.
- 5p** b) Arătați că $A(-1) \cdot A(x) = A(-2x-1)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $A(-1) \cdot (A(m) + A(n)) = 2A(-4)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x \cdot 3^y + y \cdot 3^x$.
- 5p** a) Arătați că $1 \circ 2 = 15$.
- 5p** b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p** c) Determinați numărul real nenul x pentru care $x \circ (3x) = (2x) \circ (2x)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 3x + 3}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^x(x^2 + x)}{(x^2 + 3x + 3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) - f(y) \leq \frac{3-e}{3e}$, pentru orice numere reale x și y , cu $x \leq 0 \leq y$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 1 + 3x \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 3x \ln x) dx = 7$.

5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x) - 4x - 1}{x} dx = 3$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_2^4 \frac{f(x) - 1}{x^2 \ln x} dx = a \ln 2$.