

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Határozza meg az  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani haladvány  $a_3$  tagját, ha  $a_1 = 3$  és  $a_2 = 10$ .
- 5p** 2. Adottak az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 4$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 2$  függvények. Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $f(a) = a + g(2)$ .
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\log_3(10x - 1) = 2$  egyenletet!
- 5p** 4. Egy 45%-os árcsökkenés után egy termék ára 110 lej lesz. Határozza meg a termék árcsökkenés előtti árát!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(0,4)$ ,  $B(0,-1)$  és  $C(8,3)$  pontok. Igazolja, hogy  $AB = AM$ , ahol  $M$  a  $BC$  szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszögben  $AB = 6$  és  $AC = 8$ . Igazolja, hogy  $\sin C = \frac{3}{5}$ .

**II. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3a \\ a & 2a+3 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $a$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(A(2)) = 2$ .
- 5p** b) Határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$ .
- 5p** c) Határozza meg az  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixot, amelyre  $A(2) \cdot X \cdot A(2) = A(0)$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = xy - 2x - 2y + 6$  asszociatív műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $0 * 2 = 2$ .
- 5p** b) Határozza meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre  $x * (2x) = 6$ .
- 5p** c) Tudva, hogy  $e = 3$  a „ $*$ ” művelet semleges eleme, határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelynek a „ $*$ ” művelet szerinti szimmetrikusa 4.

**III. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - 2 - \ln x$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + \ln x}{3x-3} = \frac{4}{3}$ .
- 5p** c) Igazolja, hogy  $\frac{4x^2-1}{2} \geq \ln(2x)$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + 2x + 2$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = e + 1$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $\int_0^3 \frac{1}{f(x) - e^x} dx = \ln 2$ .
- 5p** c) Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = 5 + \frac{a}{e}$ .