Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați termenul b_1 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge1}$, în care $b_3 = 40$ și $b_4 = 80$.

5p **2.** Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$ intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 2\cdot 3^{x+1} = 63$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, n^2 să fie număr natural de trei cifre.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(7,4)$ și C, astfel încât $\overline{AB} = 2\overline{AC}$. Determinați coordonatele punctului D pentru care $\overline{OD} = \overline{CB}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC, cu $AB = 10$, înălțimea $AD = 8$ și distanța de la punctul D la dreapta AC egală cu $4\sqrt{2}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 56.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+y-az=1 \\ 3x+y-2z=1 \\ x-3y+az=-3 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0)) = -2$.

5p **b)** Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care sistemul are soluție unică.

5p **c)** Pentru $a=1$, determinați soluțiile (x_1,y_1,z_1) și (x_2,y_2,z_2) ale sistemului de ecuații pentru care $y_1 = x_2$ și $z_1 = y_2$.

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=\sqrt{xy}+\dfrac{1}{\sqrt{xy}}+\dfrac{x+y}{2}-2$.

5p **a)** Arătați că $1*4=3$.

5p **b)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*x=1$.

5p **c)** Demonstrați că mulțimea $[1,+\infty)$ este parte stabilă a mulțimii M în raport cu legea de compoziție „$*$”.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x-2}{x+2}+\ln\dfrac{x+2}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4(x-1)}{x(x+2)^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care ecuația $f(x)=n$ **nu** are soluții.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{2x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+1\right)f(x)\,dx=3$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{2}\sqrt{f(x)}\,dx=1$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1\dfrac{x^n}{f\left(\sqrt{e^x}\right)}dx$. Arătați că $(n+1)I_n-I_{n+1}=\dfrac{2(n+1)}{n+2}+\dfrac{1}{e}$, pentru orice număr natural nenul n.